

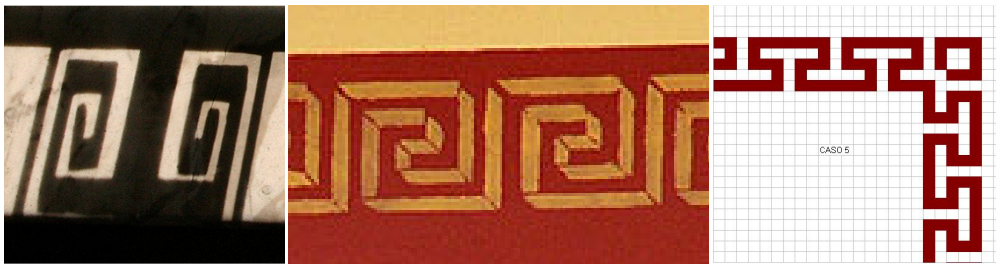
769. D'Amore B. (2012). Matemática: strutture e figure ricorsive nel progetto delle superfici.  
Mathematics: recursive structures and figures in surface designs. *Ottagono*. 16, 248, 60-62,  
ISSN: 0391-7487.

## Spunti e considerazioni su design e geometria

Bruno D'Amore

**Doctorado Institucional, Universidad Distrital "Francisco José de Caldas",  
Bogotá, Colombia**

L'origine di strutture plastiche, spesso, è legata ad antefatti culturali ancestrali che, originati da miti o evocazioni magiche, mistiche o religiose, portano ad una forma che si radica e che dimentica la sua stessa origine; per esempio, la spirale semplice ha certo un'origine mitica basata sulla vita e sulla morte, sul ritorno eterno; essa poi ha dato origine alla spirale doppia ed al labirinto. A sua volta, è plausibile che l'evoluzione della spirale, semplice o doppia, abbia portato a quelle decorazioni che solitamente si dicono "greche". Esse sono in realtà estremamente diffuse e non si concentrano esclusivamente nel paese cui allude il nome, anche se in quello si sono raffinate e perfezionate fin dall'antichità.



Dal meandro alla greca; due greche classiche



Greche e loro evoluzioni; evoluzione moderna delle decorazioni a fregi, a Pyrgi, nell'isola di Chios



Splendida greca nell'Ara Pacis, Roma

Estremamente diffusi nel Mediterraneo e nel mondo orientale sono i fregi ripetitivi che talvolta servivano anche come documento numerico.

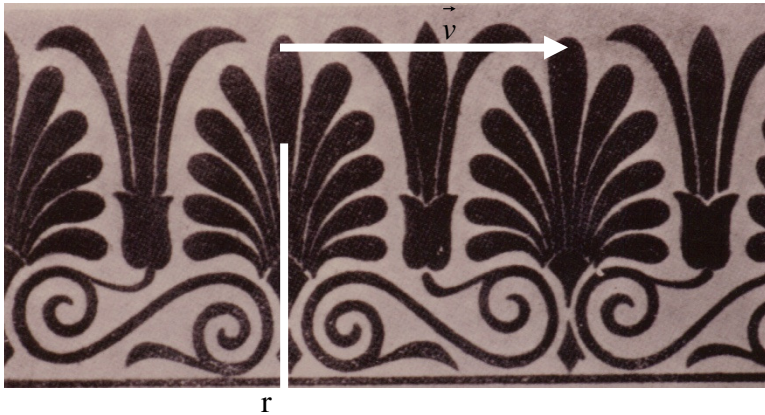


Persepoli, Iran



Il Sarcofago di Adelfia, a Siracusa, altro splendido esempio di ripetizione

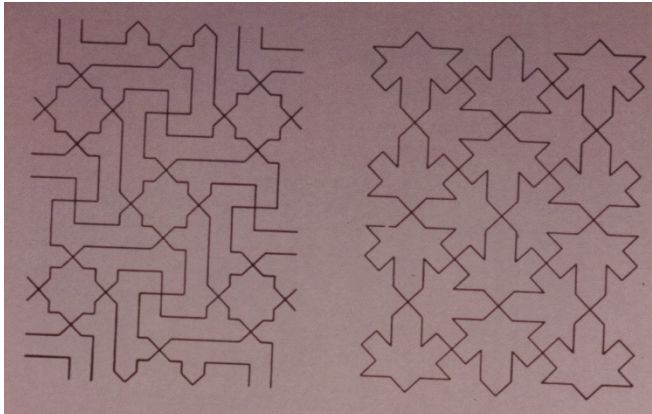
Non sempre, tuttavia, si ha, dal punto di vista geometrico, una semplice traslazione (come nei motivi floreali qui sotto), ma pure una composizione di una traslazione con una simmetria assiale (come si vede nelle spirali successive).



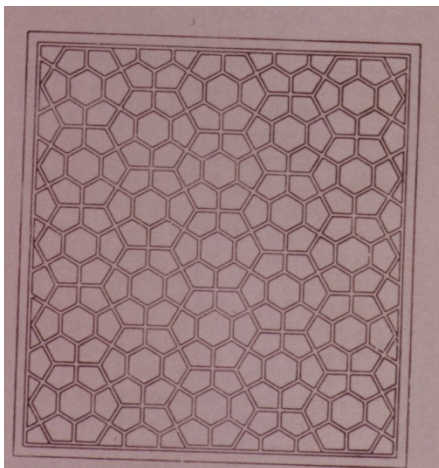
Il vettore  $\vec{v}$  indica la traslazione dei motivi floreali; la retta  $r$  è l'asse di simmetria delle doppie spirali

Ciò spiega perché, dal punto di vista geometrico, questa problematica dei fregi rientra con naturalezza nella e sfrutta la geometria delle trasformazioni geometriche e in particolare delle isometrie (cioè: trasformazioni che non alterano la misura) dirette (traslazioni, rotazioni e loro composizioni) e inverse (come le simmetrie assiali). In realtà, le simmetrie assiali da sole riescono a dare, per composizione, tutte le altre isometrie; ma su questo punto tecnico sorvoliamo.

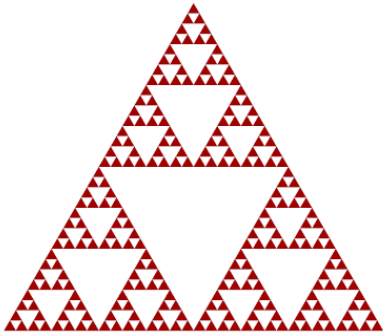
È certo che, consapevolmente o no, Sumeri, Egizi e poi Greci, Cinesi etc., dovettero studiare bene questo tipo di geometria per poter procedere nella creazione di figure sempre più ricche ed elaborate, fino a giungere alla ricchezza superba degli Arabi. Nella figura successiva vediamo alcuni intrecci e fregi che costituiscono la base di studi in questa direzione.



Matematicamente rilevante è l'efficace intelaiatura cinese per finestre in carta, ancora oggi utilizzata.



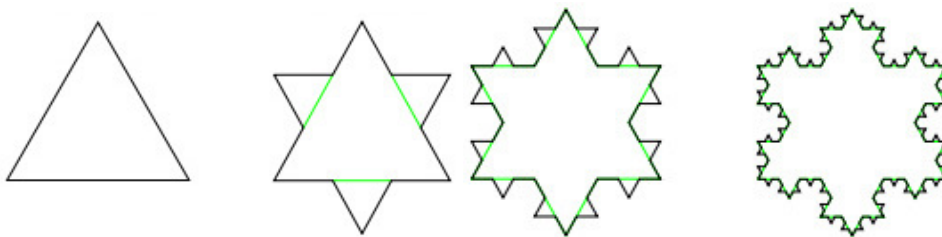
Si fa presto a passare, dalle precedenti considerazioni, a quelle assai più formali delle figure ricorsive. Scrive il matematico statunitense Douglas H. Hofstadter: «Una figura si dirà 'tracciabile corsivamente' se il suo sfondo è semplicemente il risultato accidentale del gesto grafico. Una figura si dirà 'ricorsiva' se il suo sfondo può essere visto, a sua volta, come figura a sé stante... Il 'ri', in 'ricorsivo', sta ad indicare che sia la figura sia lo sfondo sono tracciabili corsivamente: la figura è 'corsiva due volte'» (Hofstadter, 1984, p. 74).



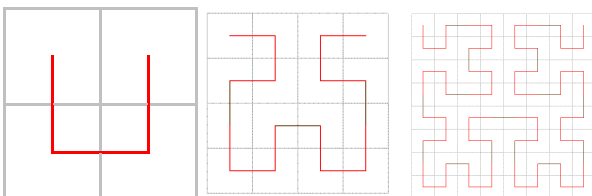
Triangolo frattale di Waclav Sierpinski (1882 - 1969)



“Fiocco di neve” di Helge von Koch (1870 – 1924)



Procedimento per la costruzione della figura ricorsiva di Koch



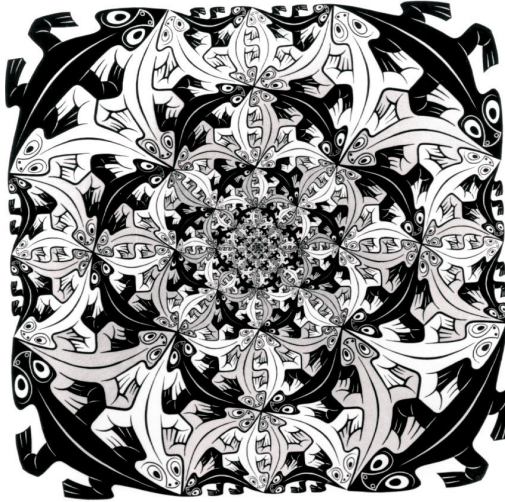
Curva di Giuseppe Peano (1858 – 1932), costruzione iterativa, primi 3 passaggi; la curva è continua e riempie il quadrato: questo fatto costituisce un imbarazzo matematico: una curva che riempie una superficie, infatti, sembra alludere ad una contraddizione in termini

Il rapporto tra la figura e lo sfondo è un elemento essenziale della percezione visiva (Gombrich, Hochberg, Black, 1978; Bagni, 1992). L'occhio umano non percepisce un'immagine (ad esempio un quadro) mediante un singolo atto istantaneo; possiamo dire che la percezione avviene attraverso una sequenza di "occhiate successive". Il primo elemento che viene percepito in un'immagine è la figura cioè il soggetto principale dell'opera; solo in un secondo momento viene percepita la restante parte dell'immagine, quella considerata come sfondo.

Dunque una figura ricorsiva, nell'interpretazione data da Hofstadter a tale termine, è un'immagine in cui il rapporto tra la figura e lo sfondo può essere invertito: in altri termini, in cui un elemento grafico (o un insieme di elementi) può essere considerato sia come figura che come sfondo. Il risultato complessivo è un'immagine che presenta un qualche elemento di ambiguità, la cui percezione è, per alcuni versi, meno incisiva. Ma tali caratteristiche non devono essere considerate in chiave esclusivamente negativa: immagini di questo genere possono risultare affascinanti, lasciando all'osservatore la possibilità di una più libera e dinamica interpretazione.

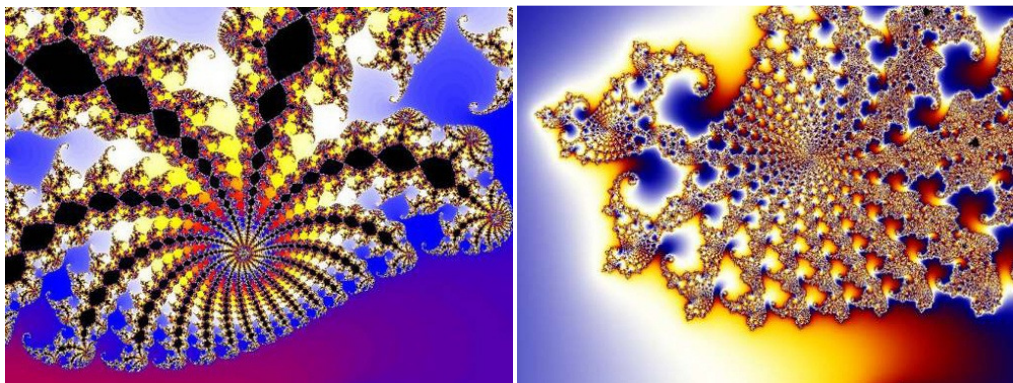
Questo genere di riflessioni ha fortemente influenzato gli studi sulla teoria della visione e della interpretazione, dando luogo a mille immagini ben note anche al grande pubblico.

Tornando alle figure ricorsive, dalle quali ci siamo allontanati, notiamo come le loro potenzialità siano state brillantemente sfruttate per creare immagini di grande suggestione; particolarmente significative, ad esempio, sono alcune opere del pittore olandese Maurits Cornelius Escher (1898 - 1972).



M. C. Escher, *Piccolo e più piccolo*, 1956

Gli studi matematici sulle figure ricorsive hanno portato la matematica alla teoria dei frattali, creata da Benoit Mandelbrot (1924 – 2010) nel 1975; e hanno dato il via ad una corrente di arte figurativa ad essa legata. Queste opere sono spesso state influenzate direttamente dagli studi di matematici, come quelli di Gaston Maurice Julia (1893 – 1978), pioniere in questo campo.



Voglio solo far notare come questo genere di riflessioni mostra una geometria capace di leggere ed interpretare non solo il fatto pittorico, inteso come decorazione, ma anche la struttura stessa del costruito, la texture dell'oggetto, del suo supporto e dello spazio stesso in cui tutto ciò si gioca, con un ruolo speciale, una specie di linguaggio interpretativo, sia formale che sostanziale.



## **Bibliografia**

- Bagni G. T. (1992). *Lo sguardo artificiale*. Roma: Armando.
- D'Amore B. (2012). *Arte e matematica. Metafore, analogie, rappresentazioni, identità tra due mondi possibili*. In corso di stampa.
- Gombrich E. H., Hochberg J., Black M. (1978). *Arte, percezione e realtà*. Torino: Einaudi.
- Hofstadter D. (1984). *Gödel, Escher, Bach: un'eterna ghirlanda brillante*. Milano: Adelphi. I ed. USA 1979.